

Verstehen ist das A und O

Die Erfahrungen aus der Praxis, gerade in der Schweiz, beweisen es: Dank dem «Zahlenbuch» können Kinder mit ganz unterschiedlichen Voraussetzungen gut lernen.

Autor Erich Ch. Wittmann über Muster und Strukturen und die Entwicklung mathematischen Verstehens.

Anfang der 1990er Jahre traf sich eine Gruppe von Lehrerinnen und Lehrern aus den Kantonen Aargau, Basel-Stadt und Solothurn in Zürich zu einer Vorbesprechung für die Erprobung des Zahlenbuchs in der Schweiz. Seither besteht ein stetiger Austausch bei der Entwicklung des Zahlenbuchs, von dem beide Länder profitieren. Im Laufe von zwei Jahrzehnten haben dabei Schweizer Kolleginnen und Kollegen markante Impulse gesetzt.

Bereit fürs Zahlenbuch

So etwa Elmar Hengartner, der 1999 mit seinem Buch *Mit Kindern lernen. Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht* nachgewiesen hat, dass Schweizer Kinder für die Neuerungen des Zahlenbuchs bestens vorbereitet sind. Um ein Beispiel herauszugreifen: Vor dem Zahlenbuch wurde den Schweizer Kindern der Millionenraum erst im 6. Schuljahr eröffnet. In der Untersuchung von Elmar Hengartner zeigten Schweizer Kinder, dass sie schon in Klasse 4 problemlos mit großen Zahlen umgehen können. Zwei andere in der Schweiz durchgeführte empirische Untersuchungen begünstigten die Einführung des Zahlenbuchs. Sie erbrachten den Beweis, dass das Zahlenbuch keineswegs nur für leistungsstarke Kinder geeignet ist – im Gegenteil. Elisabeth Moser Opitz hat in ihrem Buch *Zählen, Zahlbegriff, Rechnen* gezeigt, dass Kinder in Kleinklassen mit dem Zahlenbuch signifikant besser lernen als mit einem herkömmlichen Lehrmittel. Und Kurt Hess schreibt einige Jahre später in *Lehren – zwischen Belehrung und Lernbegleitung* über den Vergleich mit einem anderen Mathematiklehrmittel: «Vor allem die schwachen Rechner profitieren vom verstehensorientierten Unterricht, den das *Zahlenbuch* vorschlägt.» In diesem Satz wird das Geheimnis des Zahlenbuchs angesprochen: Dieses

Lehrwerk setzt bewusst auf die Entwicklung von Verständnis und eignet sich darum für alle Kinder.

Was ist Verstehen in der Mathematik?

Je besser man in der Mathematik etwas versteht und je aktiver man es sich aneignet, desto erfolgreicher lernt man. Doch was heißt Verstehen in der Mathematik?

Im letzten Jahrzehnt wurde immer deutlicher erkannt, dass die mathematischen Muster und Strukturen den Kindern das Lernen erleichtern. Wer diese entdecken lernt, wird ein tieferes, nachhaltigeres Verständnis von Mathematik entwickeln.

Dies zeigt sich bereits auf der elementarsten Ebene, z.B. wenn es darum geht, die wichtigen Zerlegungen der 10 zu lernen: $9 + 1$ und $5 + 5$ sind ganz einfach. Wenn man in einer Zerlegung eine Zahl um 1 erhöht und die andere um 1 verkleinert, erhält man wieder eine Zerlegung der gleichen Zahl. Auf diese Weise gelangt man von $9 + 1$ zu $8 + 2$ und von $5 + 5$ zu $6 + 4$. Man darf auch die Summanden vertauschen, was zu den Zerlegungen $1 + 9$, $2 + 8$ und $4 + 6$ führt. Es bleiben schließlich nur noch die Zerlegungen $7 + 3$ und $3 + 7$ übrig, die eng mit $2 + 3 = 3 + 2 = 5$ zusammenhängen.

Die Muster der Mathematik helfen gerade auch den langsameren Kindern

Michael Gaidoschik, der österreichische Experte für Rechenschwäche, hat es in seinem Artikel *Mit den Waffen der Mathematik gegen Rechenschwäche* auf den Punkt gebracht: «Was (rechenschwache) Kinder brauchen, ist *im didaktischen Kern dasselbe*, was auch für alle anderen Kinder hilfreich ist: [...] eine Lernbegleitung, welche die *Muster der Mathematik in den Mittelpunkt stellt* und Kinder dazu anregt und dabei unterstützt, diese Muster für sich zu entdecken und zu verstehen. Manche Kinder brauchen von dieser Art der Lernbegleitung vielleicht mehr, als es im Klassenverband möglich ist; aber sie brauchen *davon* mehr, und nicht etwas gänzlich anderes.»

Über aktives Entdecken zum Verstehen

Gelegentlich wird argumentiert, stärkere Kinder könnten mathematische Strukturen nutzen, weil sie stärker sind, und schwächere könnten sie nicht nutzen, weil sie eben schwächer sind. Tatsächlich ist die Beziehung wechselseitig: Stärkere Kinder sind stärker, weil sie Strukturen nutzen, und schwächere sind schwächer, weil sie die Strukturen nicht nutzen. In mathematische Muster und Strukturen Einsicht zu gewinnen, hilft schwächeren und stärkeren Kindern gleichermaßen. Das ist der entscheidende Punkt. Wie gewinnen Kinder Verständnis? Der beste Weg besteht darin, ihnen Spielräume zu eröffnen, die es ihnen erlauben die Muster und Strukturen aktiv zu entdecken. Das ist auch der Weg, auf dem diese Muster und Strukturen im Laufe der Geschichte entwickelt wurden. Natürlich nicht im stillen Kämmerlein, sondern in der sozialen Kommunikation. Aktiv-entdeckendes Lernen muss daher immer mit sozialem Lernen verbunden

sein.

Text: Erich Ch. Wittmann

Zur Person

Erich Ch. Wittmann ist emeritierter Professor der Mathematik an der Technischen Universität Dortmund. Er hat sich mit Grundfragen des Mathematikunterrichts, insbesondere der Anwendung von Piagets Erkenntnistheorie und Psychologie auf die Mathematikdidaktik beschäftigt sowie mit dem Entwickeln von Lernumgebungen. Zusammen mit Gerhard N. Müller hat er vor 25 Jahren das Projekt «mathe 2000» ins Leben gerufen und ständig weiterentwickelt. Die Ideen und Forschungsergebnisse haben bis heute die Mathematikdidaktik im deutschsprachigen Raum maßgeblich beeinflusst.

Literatur

Elmar Hengartner

Mit Kindern lernen. Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht. Klett und Balmer

Elisabeth Moser Opitz

Zählen, Zahlbegriff, Rechnen. Haupt

Kurt Hess

Lehren – zwischen Belehrung und Lernbegleitung
h.e.p.

Michael Gaidoschick

Mit den Waffen der Mathematik gegen Rechenschwäche
Erschienen in Zahlen, Muster und Strukturen – Spielräume für aktives Lernen und Üben, Hrsg. Gerhard N. Müller, Christoph Selter, Erich Ch. Wittmann.
Ernst Klett Verlag